PLANFOR

Aplicación web para la planificación de cortas mediante programación matemática

Ulises Diéguez Aranda
Departamento de Ingeniería Agroforestal
Universidad de Santiago de Compostela

José Mario González González
Departamento de Ingeniería Agroforestal
Universidad de Santiago de Compostela

Miguel Ernesto Vázquez Méndez
Departamento de Matemática Aplicada
Universidad de Santiago de Compostela

3 de junio de 2021

Índice

1. Introducción

Este documento describe la aplicación web PLANFOR, que permite la planificación de las cortas de regeneración de un monte empleando programación matemática, concretamente la técnica de programación lineal (PL) y dos de sus extensiones: programación lineal mixta (PLM) y programación lineal binaria (PLB). La aplicación se ha concebido como una herramienta docente de apoyo a las materias relacionadas con la ordenación de montes de las titulaciones de ingeniería forestal que se imparten en la Escuela Politécnica Superior de Ingeniería (Campus Terra, Lugo) de la Universidad de Santiago de Compostela. No obstante, creemos que también puede ser de utilidad (aunque limitada por las simplificaciones que se han considerado) en la fase de planificación cuando se elaboren proyectos profesionales.

PLANFOR utiliza un generador matricial que, basándose en los resultados de las simulaciones realizadas mediante modelos de crecimiento forestal y las restricciones especificadas por el usuario, escribe el modelo de PL, PLM o PLB para su resolución con el *solver* apropiado. La actual versión del programa implementa los modelos dinámicos desarrollados para los rodales regulares o coetáneos[1] monoespecíficos de varias de las principales especies forestales de Galicia: *Betula pubescens* Ehrh., *Eucalyptus globulus* Labill., *Pinus pinaster* Ait., *Pinus radiata* D. Don, *Pinus sylvestris* L. y *Quercus robur* L. Esta aplicación web se ha desarrollado mediante el *framework* `Flask` en el lenguaje de programación `Python 3.6`, usando como *LP modeler* y *solver* la librería `PuLP` (Mitchell y col., 2009).

Para utilizar PLANFOR es necesario importar los datos de entrada en un archivo de extensión XLSX con un determinado formato que se puede descargar desde la propia aplicación. Posteriormente, se pueden visualizar y editar los datos importados, y es necesario especificar mediante un sencillo cuadro de diálogo las restricciones a considerar en la planificación para formular el problema de programación matemática y poder resolverlo. Los resultados de la optimización se muestran tanto en gráficos como en tablas y se pueden exportar a un archivo XLSX. También se puede visualizar el modelo que se ha utilizado.

2. El problema de planificación de cortas en la gestión forestal

El problema básico de planificación de cortas de regeneración en masas regulares o coetáneas consiste en determinar el ritmo de corta (superficie/tiempo) de las distintas unidades (estratos o rodales) en que suelen dividirse los montes para su gestión. Este problema es sencillo de formular pero difícil de resolver, ya que se necesitaría una función que indicase el ritmo de corta de cada unidad durante el tiempo considerado en la planificación, algo poco operativo de llevar a la práctica.

Por ello, originalmente se pensó en asumir que se podían realizar un número determinado de cortas en cada unidad de gestión a instantes predeterminados (generalmente al inicio, a la mitad o al final de los períodos

[1] Un rodal **regular** es aquel en el que al menos el 90 % de sus pies pertenecen a la misma clase artificial de edad, entendida como un intervalo de edades de duración igual al menor de los números siguientes: veinte años o la cuarta parte del turno (Ministerio de Agricultura, 1970). Un rodal **coetáneo** es aquel en el que al menos el 90 % de sus pies tienen la misma edad individual (Madrigal, 1994, p. 80).

de cortas en los que suele dividirse el horizonte de planificación). De forma simplificada, cada uno de dichos instantes define un programa selvícola potencialmente aplicable a una unidad de gestión. Esta hipótesis y la asunción de una función objetivo y restricciones de tipo lineal llevó a la formulación del problema de planificación de cortas empleando programación lineal (PL), en el que las variables de decisión se corresponden con la superficie (o la proporción) de cada unidad de gestión que se asigna a cada uno de los programas selvícolas durante todo el horizonte de planificación. En esta formulación de PL básica se asume que las variables de decisión son continuas, por lo que no es posible considerar la localización espacial de las cortas (p. ej., se obtendrá como resultado que hay que cortar un determinado porcentaje de la superficie de un rodal en un período dado, pero no exactamente qué parte de dicho rodal).

Sin embargo, no todos los problemas de gestión se pueden formular asumiendo las variables continuas que requiere la formulación de PL básica. Así, en ocasiones puede ser necesario saber dónde se localizarán exactamente ciertas actividades para, por ejemplo, controlar la superficie máxima contigua en la que se realizará una corta a hecho. En estos casos puede ser útil emplear PL entera, que es una extensión de la PL básica en la que algunas variables toman valores enteros (p. ej., $0, 1, 2, 3 \ldots$). Con frecuencia, sólo se permite que las variables enteras tomen valores binarios (0 o 1), ya que este tipo de variables representan adecuadamente condiciones lógicas, hablándose entonces de PL binaria (PLB). Si se permite que algunas variables tomen valores continuos y otras enteros o binarios estamos ante un problema de PL mixta (PLM).

Para resolver un problema de PL básica suele utilizarse el algoritmo *simplex* desarrollado por Dantzig (1947). Cuando se tienen variables enteras (PLM y PLB) la resolución del problema se complica enormemente (aumenta exponencialmente con el número de variables enteras), siendo necesario utilizar métodos que requieren mayor tiempo de computación como el de ramificación y poda o el de los planos de corte.

3. Formulación del problema

PLANFOR permite planificar las cortas de regeneración de un monte para un horizonte determinado dividido en varios períodos de cortas. Se asume que todas las actividades de corta se realizan a la mitad de uno de dichos períodos y que, inmediatamente después, se procede a la regeneración de la superficie cortada. Además, cada superficie sólo se puede cortar y regenerar como máximo una vez mientras dure el plan. Teniendo en cuenta esto, se definen las siguientes variables:

H	=	horizonte de planificación (años).
n	=	número de unidades de gestión (rodales o estratos).
i	=	subíndice que se refiere a la unidad de gestión y que varía de 1 a n.
p	=	número de períodos en que se divide el plan.
j	=	subíndice que se refiere al período de cortas y que varía de 1 a p.
d	=	duración (años) de cada período ($d = H/p$).
A	=	área (ha) de la superficie del monte.
A_i	=	área (ha) de la superficie de la unidad de gestión i.

x_{ij}	=	proporción de la unidad de gestión i que se corta en el período j.
V_{ij}	=	volumen por unidad de superficie (m^3/ha) de la unidad de gestión i en el período j.
VAN_{ij}	=	valor actual neto por unidad de superficie (€/ha) de la unidad de gestión i si la corta de regeneración se realiza en el período j, que se calcula como $$\mathrm{VAN}_{ij} = \frac{PV_{ij} - R}{(1+r)^{t_j}}, \quad (1)$$ donde P es el precio por unidad de volumen esperado por la venta de la madera en pie (€/m^3), R es el coste de regeneración por unidad de superficie (€/ha), r es la tasa de interés (en tanto por uno) y t_j es el año medio del período de corta j (que se determina en relación con el inicio de la planificación y se redondea por exceso).

Algunos planes de cortas requerirán el uso de toda la información definida anteriormente, mientras que otros sólo una parte de la misma.

Variables de decisión

El problema que nos ocupa consiste en planificar de forma óptima cuándo deben realizarse las cortas de regeneración en cada parte del monte para maximizar los beneficios netos. Para ello, las *variables de decisión* del problema, cuyos valores son desconocidos, serán x_{ij}. En los problemas de PL dichas variables serán continuas y podrán tomar cualquier valor entre 0 y 1, ambos incluidos ($x_{ij} \in [0,1]$), mientras que en los de PLB todas las variables serán binarias, sólo permitiéndose que tomen el valor 0 o el 1 ($x_{ij} \in \{0,1\}$). Por último, en los problemas de PLM algunas variables podrán ser continuas y otras binarias. La resolución del problema busca los valores de x_{ij} que maximicen la función objetivo.

Función objetivo

Con las variables definidas anteriormente, la función objetivo a maximizar es

$$Z = \sum_{i=1}^{n} A_i \sum_{j=1}^{p} \mathrm{VAN}_{ij} x_{ij}, \quad (2)$$

donde Z representa el valor actual neto del monte (€) durante el horizonte de planificación.

Restricciones

En todos los problemas se consideran restricciones de *recursos*, que fuerzan a que la suma de las proporciones de la superficie cortada de cada unidad de gestión en cada período no exceda el valor 1. Para la unidad de gestión i dicha restricción se formula como

$$\sum_{j=1}^{p} x_{ij} \leq 1, \quad (3)$$

siendo necesario especificar una restricción de este tipo para cada unidad de gestión i.

También se pueden imponer restricciones *estratégicas* relacionadas con las superficies a recorrer por las cortas de regeneración y/o con los volúmenes procedentes de éstas, tanto para la duración de todo el plan como por períodos. Además, se puede especificar una superficie mínima para dividir una unidad de gestión, lo que traerá como consecuencia la declaración como binarias de todas las variables de decisión de las unidades de gestión que no alcancen dicha superficie. Por último, es posible fijar una edad mínima para que una unidad de gestión pueda entrar en corta. A continuación se formulan las restricciones estratégicas indicadas en términos de las variables de decisión.

1. Máxima diferencia de superficie de cortas de regeneración entre períodos:

   a) Si se especifica en valor absoluto

   $$\sum_{i=1}^{n} A_i x_{ik} - \sum_{i=1}^{n} A_i x_{il} \leq \epsilon_A, \quad k, l \in \{1, \ldots, p\}, \quad k \neq l, \tag{4}$$

   donde ϵ_A es la fluctuación permitida entre períodos (ha) para la superficie recorrida por las cortas de regeneración.

   b) Si se especifica en porcentaje

   $$\sum_{i=1}^{n} A_i x_{ik} - \left(1 + \frac{\lambda_A}{100}\right) \sum_{i=1}^{n} A_i x_{il} \leq 0, \quad k, l \in \{1, \ldots, p\}, \quad k \neq l, \tag{5}$$

   donde λ_A es la fluctuación permitida entre períodos (%) para la superficie recorrida por las cortas de regeneración.

2. Máxima diferencia de volumen procedente de cortas de regeneración entre períodos:

   a) Si se especifica en valor absoluto

   $$\sum_{i=1}^{n} A_i V_{ik} x_{ik} - \sum_{i=1}^{n} A_i V_{il} x_{il} \leq \epsilon_V, \quad k, l \in \{1, \ldots, p\}, \quad k \neq l, \tag{6}$$

   donde ϵ_V es la fluctuación permitida entre períodos (m^3) para el volumen de madera procedente de las cortas de regeneración.

   b) Si se especifica en porcentaje

   $$\sum_{i=1}^{n} A_i V_{ik} x_{ik} - \left(1 + \frac{\lambda_V}{100}\right) \sum_{i=1}^{n} A_i V_{il} x_{il} \leq 0, \quad k, l \in \{1, \ldots, p\}, \quad k \neq l, \tag{7}$$

   donde λ_V es la fluctuación permitida entre períodos (%) para el volumen de madera procedente de las cortas de regeneración.

3. Superficie máxima a cortar durante toda la planificación:

   $$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{p} A_i x_{ij} \leq \frac{\rho_A}{100} A, \tag{8}$$

   donde ρ_A es la superficie del monte (%) que se permite cortar durante el horizonte de planificación.

4. Volumen máximo a cortar durante toda la planificación. En primer lugar es necesario calcular el volumen medio esperado por la corta de todas las unidades de gestión del monte como

$$V_m = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p} A_i V_{ij}}{p}. \tag{9}$$

Posteriormente, se establece la restricción del máximo volumen de corta permitido como

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p} A_i V_{ij} x_{ij} \leq \frac{\rho_V}{100} V_m, \tag{10}$$

donde ρ_V es el volumen de madera del monte (%) que se permite cortar durante el horizonte de planificación.

5. Superficie mínima para dividir una unidad de gestión. Si la superficie de la unidad de gestión i es mayor o igual que la superficie mínima especificada, entonces

$$x_{ij} \in [0, 1], \tag{11}$$

en caso contrario

$$x_{ij} \in \{0, 1\}. \tag{12}$$

6. Edad mínima para que una unidad de gestión pueda entrar en corta. Si la edad de la unidad de gestión i en el período j es inferior a la edad mínima especificada para poder realizar la corta de regeneración, entonces

$$x_{ij} = 0. \tag{13}$$

4. Soluciones posibles

Una vez ejecutado el algoritmo de optimización adecuado para el tipo de problema de programación matemática formulado, los posibles resultados son:

– Se encuentra una única solución.
– Se encuentran infinitas soluciones.
– No se encuentra solución.

Esto último sucede habitualmente cuando se emplean variables binarias y se especifican restricciones de fluctuación entre períodos demasiado estrictas. En esos casos, no queda más remedio que relajar progresivamente dichas restricciones y resolver nuevamente el problema hasta que se pueda alcanzar una solución factible óptima.

Referencias

Dantzig, G. B. (1947). "Maximization of a linear function of variables subject to linear inequalities". En: *Act. Anal. Prod. Alloc.* Ed. por T. C. Koopmans. New York: Wiley.

Madrigal, A. (1994). *Ordenación de Montes Arbolados*. Colección Técnica. ICONA, Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación, pág. 546.

Ministerio de Agricultura (1970). "Orden de 29 de diciembre de 1970 por la que se aprueban las Instrucciones Generales para la Ordenación de Montes Arbolados". En: BOE nº 36 de 11/02/1971, págs. 2238-2249.

Mitchell, S., A. Kean, A. Mason, M. O'Sullivan, A. Phillips y F. Peschiera (2009). *Optimization with PuLP – PuLP 2.3 Documentation*. URL: https://coin-or.github.io/pulp/ (visitado 16-12-2020).